er. Den kan være rund eller kantet eller ensfarvet eller prikket, det er ikke essentielt. Det essentielle er derimod det centrale uforanderlige, det som enten er eller ikke er. Koppen, der går i stykker, mister sin essens og holder dermed op med at være kop. Som kop er den delt i stof og form, hvor dens status som kop netop afhænger af dens form. For Aristoteles er erkendelse og videnskab knyttet til beskrivelse af tingenes essens, og til opdeling af dem efter form og essens. Samtidig kan man forklare, hvorfor tingene er, som de er, ud fra deres sammenhæng og formål i naturen. Arter, essenser og formål er de centrale aristoteliske begreber.

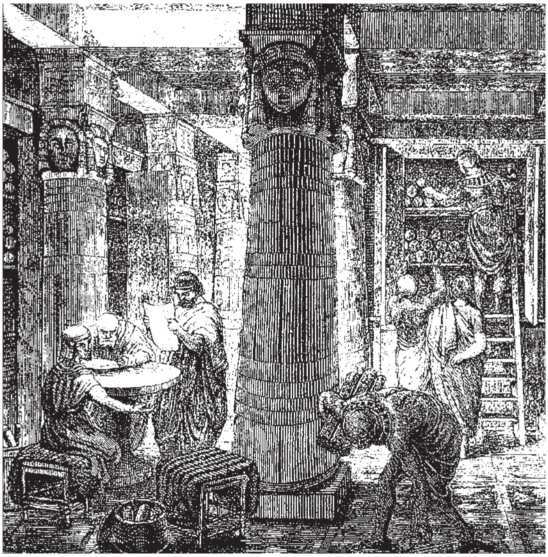
Passer og lineal

Platons akademi og Aristoteles' forskningsinstitution var de første forsøg på at organisere grupper af personer, der igennem diskussion og fælles arbejde producerede viden. De lå begge i Athen og var naturligt afhængige af byens muligheder og kultur. Efter Aristoteles' tid opstod to store videnscentre. Det ene var Museion (heraf "museum": viet til muserne) i Alexandria, der blev en forskningsinstitution med centrum i et gigantisk bibliotek – måske det største i antikken. Alexandria var på det tidspunkt en storby med ca. en halv million indbyggere, og det anslås, at man rådede over 5-700.000 bøger i form af papyrusruller. Det var formentlig næsten den totale produktion af viden, som antikken havde formået at frembringe.

En anden storby i antikken var Syrakus på Sicilien, der var af samme størrelse. I disse to byer samt senere i Rom levede eller virkede forskere, hvis resultater øvede indflydelse hundredvis af år frem, og hvoraf nogle står uantastede endnu i dag. Det var først og fremmest inden for felter som matematik, astronomi, geografi og medicin, at det skete. Men også fysik og teknik blev udforsket. De vigtigste forskere var Euklid (ca. 300 f.v.t.), Arkimedes (287-212 f.v.t.), Eratosthenes (ca. 276-194 f.v.t.), Hipparkos (ca. 190-120 f.v.t.), Heron (1. årh. e.v.t.) og Ptolemaios (ca. 100-170 e.v.t.). Disse forskere samlede og syntetiserede en lang række vidensområder og leverede baggrunden for forskning og tænkning i de næste mange århundreder. Euklid skabte med *Elementerne* en syntese af en stor del af den græske matematik, ligesom Ptolemaios med sin *Almagest* (der oprindeligt blev benævnt *He megiste syntaxis*, dvs. "den største skrift") skabte en syntese af den græske astronomi.

Det vigtigste element i denne videnskabelige tradition var arbejdet med at udvikle matematikken, især for at kunne anvende den til naturbeskrivelse. Denne forståelse af matematikken kom til at udgøre et vidensideal og for så vidt også et dannelsesideal fremover. Det var ikke først og fremmest en ide om forskning baseret på eksperimenter. Idealet var snarere deduktion. Det vil sige, at man tog Aristoteles' forestilling om opbygningen af en videnskab alvorligt. Det bedste eksempel er Euklids *Elementerne*, som faktisk blev brugt i geometriundervisningen helt op i det 20. århundrede. Det er et værk i tretten bøger, der behandler geometri, læren om proportioner, en del talteori samt rumgeometri. En matematisk teori er her bygget op omkring helt grundlæggende definitioner, f.eks. om punkter, linjer og flader. Et punkt er således "det, som ikke har nogen del", og parallelle linjer defineres som linjer, der, uanset hvor meget de forlænges i samme plan, aldrig mødes. Ud over definitioner arbejder Euklid med aksiomer og postulater. Aksiomer er almene principper gældende for flere vidensområder, f.eks. både for tal, linjestykker og

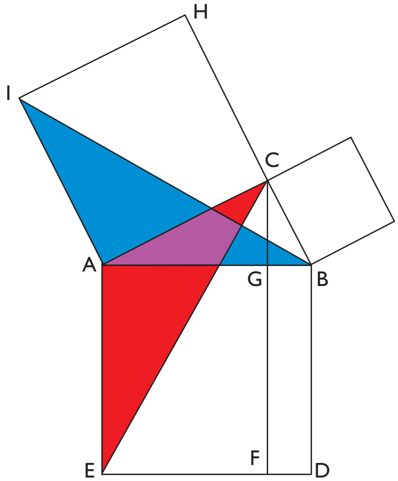
Romersk inskription om Tiberius Claudius Babillus (1. årh. e.v.t.), som bekræfter, at biblioteket i Alexandria må have eksisteret i det første århundrede e.v.t.



Her ses interiør fra biblioteket i Alexandria, som tegneren O. von Corven forestillede sig det · Oak Knoll Press.

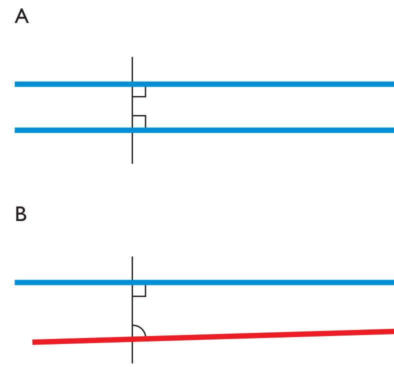
arealer. Postulaterne er derimod specifikke for et vidensområde – man kan nærmest sige, at postulaterne definerer vidensområdet.

Euklid arbejder med fem postulater for geometrien og tillader kun to hjælpemidler ved udførelsen af geometriske konstruktioner: passer og lineal. Hans postulater siger af samme grund noget om, hvad man kan med passer og lineal. De to første siger, at man med en lineal kun kan forbinde to punkter med én linje, og at man med linealen kan forlænge en given linje vilkårligt langt. Det tredje siger, at med en passer kan man tegne en cirkel med en vilkårlig radius og centrum i ethvert punkt. Endvidere må Euklid have et vinkelbegreb, og han siger i sit fjerde postulat, at alle rette vinkler er ens. Den rette vinkel er Euklids standard. Det femte postulat er mere kompliceret og siger, at hvis man har to rette linjer, der skæres af en tredje på en sådan måde, at de indre vinkler ved skæringen tilsammen er mindre end to rette, så vil linjerne på den side, hvor dette er tilfældet, mødes, hvis de forlænges tilstrækkeligt. Lidt uoverskueligt. Det svarer til en situation med to jernbaneskinner og en svelle. Hvis summen af de to vinkler, som skinnerne laver med svellen, er mindre end 180 grader, så vil skinnerne på et tidspunkt krydse hinanden. Dette sidste postulat er altid blevet meget diskuteret.



Euklids bevis af Pythagoras' berømte sætning fra bog 1 i *Elementerne*. Vi starter med den retvinklede trekant ABC. Dernæst konstrueres tre kvadrater på hver af trekantens sider. Fra C tegnes en linje ned til F, parallelt med BD, og der tegnes en linje mellem IB og EC. Trekanten ACE er kongruent med trekanten AIB, fordi AC=AI og AE=AB og vinklen CAE = vinklen IAB. Arealet for trekanten AIB er halvdelen af arealet for kvadratet AIHC, idet de har samme base AI og højden IH (en af Euklids definitioner), og arealet for trekanten ACE er lig halvdelen af arealet af rektanglen AGFE. Derfor må kvadratet ACHI have samme areal som rektanglen AGFE. På samme måde kan man vise, at det mindste kvadrat har samme størrelse som rektanglen GBDF. Ergo må arealet af det største kvadrat være lig summen af arealerne af de to mindre kvadrater.

Som vi skal se i kapitel fire, bliver dette senere opgivet, i den forstand at man opdager, at man godt kan lave geometrier, som ikke indeholder dette postulat. Euklid opbygger nu sin videnskab deduktivt. Det vil sige at han fremfører en række påstande, kaldet teoremer, der derefter bevises ud fra logiske slutninger, som alene baserer sig på definitioner, aksiomer og postulater, samt selvfølgelig andre teoremer, der allerede er beviste. Euklid benytter i sine slutninger en anden logik end den, Aristoteles havde formuleret, der havde syllogismer som den vigtigste slutningsform. Euklid anvender slutninger, som i samtiden var formuleret af stoiske logikere, såsom “hvis A så B – A ergo B” og “hvis A så B – ikke-B ergo ikke-A” samt “A eller B – ikke-A ergo B”. Det er logiske slutningsformer, hvis gyldighed vi i dag anser for helt fundamental, og som netop finder deres klareste anvendelse i matematiske beviser.



Skinnerne i A er parallelle, dvs. de to vinkler mellem skinnerne og svellen er præcis 180 grader. I B derimod er vinkelsummen mindre end 180 grader. Derfor vil skinnerne mødes et sted uden for bogens side, hvis man forlænger dem. Det virker umiddelbart som en selvfølgelighed. Men faktisk er det muligt at tænke en geometri, hvor dette ikke gælder, som vi vil se i kapitel fire (s. 163).

Euklid fremstiller konstruktioner og beviser, men han fortæller ikke, hvordan han har fundet frem til disse konstruktioner og beviser. Det er alene løsningen, der fremlægges, ikke løsningsprocessen. Det gør selvfølgelig, at hans værk bliver svært tilgængeligt, og at det kun har mening som “forskningsredskab”, hvis det fungerer i en levende sammenhæng, hvor nogen kan forklare hvordan og hvorfor, man gør, som man gør. Man sondrer således mellem analysen af et problem, som fører frem til dets løsning, og syntesen, der består i at bevise, at den foreslåede løsning faktisk også er en løsning. Analysen har en hypotetisk karakter: hvis sådan og sådan er givet, og vi skal nå frem til det og det, så kan man gøre sådan og sådan. Altså et forslag til en løsning. Beviset går så at sige den modsatte vej – her har man en løsning, og det skal så bevises, at der rent faktisk er tale om en gyldig løsning. Hvis vi f.eks. har tre linjestykker, hvor summen af længderne af de to altid er større end det tredje, så kan vi konstruere en trekant ud af dem. Men hvordan? Vi starter med et af linjestykkerne og tegner cirkler med de andre som radius fra det givne stykkes endepunkter. Det tredje punkt i den ønskede trekant – hvoraf der kan være flere – er så der, hvor cirklerne mødes. Det er analysen. Beviset er nu at indse, at den således frembragte løsning også faktisk er den netop søgte trekant. Det sker ved deduktion, altså logisk slutning, ud fra det givne.

Euklid skaber med sit logiske system orden i matematikken. Geometrien bliver fremstillet som et aksiomatisk system. På en måde sluttede den græske videnskab med at sige, at netop sådan skal enhver teori være opbygget for overhovedet at være en respektabel videnskab. Euklids *Elementerne* blev indbegrebet af klar og konsistent tænkning, et ideal for videnskaben og som sådan et dannelsesideal.

Heureka for tankeeksperimentets sejr

Senere forskere forsøgte at anvende Euklids model for videnskaben på andre områder. Modellen var på mange måder en realisering af Aristoteles' ønsker for god videnskab, selvom der ikke var tale om den klassifikation af naturobjekter, han havde lagt op til. Arkimedes arbejdede med statikken, først og fremmest med problemer knyttet til begrebet "tyngdepunkt", og med hydrostatikken, hvor han formulerede den kendte arkimediske sætning om, at et legeme nedsænket i vand taber lige så meget i vægt, som vægten af det vand, den fortrænger. Arkimedes forsøgte som en af de første at fremstille en fysisk teori via opbygning af en matematisk model. Et væsentligt træk ved dette er, at man foretager visse idealiseringer for et få et problem til at fremtræde simplere og mere klart.

Et eksempel er hans vægtstang. Arkimedes er kendt for at have sagt, at hvis man blot gav ham et fast punkt, kunne han løfte hele Jorden. Hvis han havde dét samt en gigantisk vægtstang, ville han med blot sin egen vægt og en tilpas lang afstand til punktet kunne løfte en genstand af en hvilken som helst vægt. Ønsker man at bevise dette, må man tænke sig en model, hvor vægtstangen i sig selv intet vejer, og hvor den er helt ubøjelig. Sådanne vægtstænger findes ikke, men via antagelsen om dem kan man skabe en abstrakt model, man kan ræsonnere over. Det er klart, at løsningen også bliver ideel, dvs. at hvis man i praksis vil finde et balancepunkt, bliver man nødt til at tage hensyn til f.eks. vægtstangens egen vægt. Ikke desto mindre er Arkimedes' metode helt afgørende for muligheden for at koble matematiske ræsonnementer på praktiske problemer.

I perioden fra Platon og Aristoteles og frem til antikkens afblomstring gør matematik og astronomi også en lang række afgørende opdagelser og nyskabelser. Matematikeren Eudoxos (ca. 391-338 f.v.t.), der var tilknyttet Platons akademi, formulerede en teori om proportioner, der kunne anvendes på både tal og geometriske figurer. Netop disse to former for matematiske genstande havde Aristoteles understreget, at man skulle holde ude fra hinanden – de blev erfaringsmæssigt anset for inkommensurable størrelser. Eudoxos